МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Димитровградский инженерно-технологический институт –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ДИТИ НИЯУ МИФИ)

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

по организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов

по дисциплине

ЕН.02. Дискретная математика с элементами математической логики

Специальность 09.02.07 Информационные системы и программирование

Димитровград

Программа самостоятельной работы студентов
по учебной дисциплине

ЕН.02. Дискретная математика с элементами математической логики
по специальности 09.02.07. Информационные системы и программирование

Наименование разделов и тем дисциплины/модуля	Объем, часов	Коды формируемых компетенций	Виды СРС	Формы/методы контроля СРС	Сроки выполнения
Раздел1 Элементы теории множеств.		ОК 01, ОК 02,ОК 09	Выполнение упражнений	Проверочная работа	К следующему занятию
Тема1.1Общие понятия теории множеств.		ОК 01, ОК 02,ОК 09	Выполнение упражнений	Проверочная работа	К следующему занятию
Раздел2 Комбинаторика		ОК 01, ОК 02,ОК 09	Выполнение упражнений	Проверочная работа	К следующему занятию
Тема2.1 Элементы комбинаторики		ОК 01, ОК 02,ОК 09	Выполнение упражнений	Проверочная работа Контрольная работа	В течение месяца
Раздел3. Теория графов		ОК 01, ОК 02,ОК 09	Выполнение упражнений		К следующему занятию
Тема3.1.Основные понятия		ОК 01, ОК 02,ОК 09	Выполнение упражнений	Проверочная работа	В течение месяца
Раздел4..Алгебра логики		ОК 01, ОК 02,ОК 09	Выполнение упражнений	Проверочная работа	К следующему занятию
Всего					

Раздел 1. Элементы теории множеств.

Задание 1.:

1.1. Равны ли множества? а) $\{2;3;5;6\}$ и $\{5;3;2;6\}$; б) $\{2;6;7\}$ и $\{2;6;6;7\}$; в) $\{2;3\}$ и $\{\{2;3\}\}$; г) { , 1 0} 2 x x∈ R x − = и $\{-1;1\}$; д) $\{\{0;1\},\{0;2\}\}$ и $\{0;1;2\}$.

1.2. Дано множество $A = \{1;2;3\}$. а) Записать все подмножества множества A. Определить их число. б) Сколько элементов будет содержать множество P(B), если множество B состоит из четырех элементов?

1.3. Пусть A — множество делителей числа 15; B — множество простых чисел, меньших 10; C — множество четных чисел, меньших 9. Перечислить элементы этих множеств и найти: а) $A\cup B$; б) $A\cap C$; в) $B \cap C$; г) $(A \cup C) \cap B$; д) $C \setminus A$.

1.4. Записать множества A,B и C перечислением их элементов и найти: а) $A\cup B$; б) $B \cap C$; в) $(A \cup B) \cap C$; г) $A\cap B \cap C$; д) $A \setminus C$; е) $A\otimes C$, 1 2 4 3 1 8 если A — множество делителей числа 12; B — множество корней уравнения 6 5 0 2 x − x + = ; C — множество нечетных чисел x таких, что $3\le x \le 12$. 1.5. Записать множества A, B и C и найти: а) $A\cup B$; б) $B \cap C$; в) $(A\cup B)\cap C$; г) $A\cap B \cap C$; д) $C \otimes B$, если A — множество четных чисел x, $3< x <10$; B — множество делителей числа 21; C — множество простых чисел, меньших 12.

1.6. Записать множества $M \setminus K$ и $K \setminus M$, если $M = \{x|\ x\in Z, -5 \le x \le 7\}$, $K = \{x \mid x\in N, 4 \le x \le 12\}$.

1.7. Известны множества $A = \{x|\ x\in R, 0 \le x \le 2\}$, $B = \{x|\ x\in R, 1\le x \le 3\}$. Записать множества а) $A\cup B$; б) $A\cap B$; в) $A \setminus B$; г) $B \setminus A$.

1.8. Пусть A, B и C — подмножества множества R, представляющие собой числовые промежутки $[-1;1]$; $(-\infty;0)$; $[0;2)$ соответственно. Найти следующие множества: а) $A\cup C$; б) $A\cap B$; в) $A\cup B \cup C$; г) $(A \cup B) \cap C$; д) $B \cap C$.

1.9. Даны множества A, B и C — подмножества множества R, представляющие собой числовые промежутки $[0;3]$; $(1;5)$; $(-2;0]$ соответственно. Найти и изобразить на прямой следующие множества: а) $A\cup B$; б) $A\cap C$; в) $B \cup C$; г) $A\cap B \cap C$, д) $(A \cup B) \cap C$.

1.10. Даны множества A, B и C — подмножества множества R, представляющие собой числовые промежутки $(-\infty;1]$; $[1;\infty)$; $(0;1)$ соответственно. Найти и изобразить на прямой следующие множества: а) $A\cup B$; б) $A\cap B$; в) $A\cap C$; г) $B \cup C$; д) $A\cap B \cap C$; е) $(A \cup B) \cap C$.

1.11. Множества A и B — подмножества множества R, представляющие собой числовые промежутки $(-1;0]$; $[0;2)$ соответственно. Найти и изобразить на координатной прямой множества: а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \cup B$; г) $A \cap B$; д) $A \cup B$.

1.12. Множества A и B — подмножества множества R, представляющие собой числовые промежутки $[0;3)$; $(-1;\infty)$ соответственно. Найти и изобразить на координатной прямой множества: а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \cup B$; г) $A \cap B$; д) $A \cup B$.

\1.13. Множества A и B являются подмножествами множества U (рис. 1.1). С помощью диаграмм Эйлера — Венна изобразить множества: а) $A \cup B$, $A \cup B$; б) $A \cup B$, $A \cup B$; 9 в) $A \cap B$, $A \cup B$; г) $A \cap B$, $(A \cap B) \cup (A \cap B)$.

1.14. Начертить фигуры, изображающие множества {(,)|(,) , 1} 2 2 2 A = x y x y ∈R x + y ≤ и {(,)|(,) ,(1) 1} 2 2 2 B = x y x y ∈R x − + y ≤ . Заштриховать фигуры, представляющие собой множества: а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) R \ A 2 .

1.15. Изобразить на координатной плоскости множество, координаты (x, y) точек которого удовлетворяют условию: а) $y - x \geq 0$; б) 0 2 y − x ≥ ; в) 2 0 2 x − x + y ≤ ; г) 4 0 2 2 x + y − y ≤ .

1.16. Что представляет собой: а) пересечение множества всех прямоугольников с множеством всех ромбов; б) пересечение множества всех эллипсов и множества всех окружностей; в) объединение множества всех эллипсов и множества всех окружностей?

1.17. Записать множества: а) $X \times Y$; б) $Y \times X$; в) $X \times X$; г) $Y \times Y$; д) $(X \times Y) \cap (Y \times X)$; е) $(X \times X) \setminus (Y \times Y)$, если $X = \{2;5\}$ и $Y = \{2;3\}$.

1.18. Известно, что $A \times B = \{(a;1);(a;5);(a;8);(m;1);(m;5);(m;8);(k;1);(k;5);(k;8)\}$. Найти множества A и B.

1.19. Пусть X — множество точек отрезка $[0;1]$, а Y — множество точек отрезка $[1;2]$. Изобразить графически множество $X \times Y$.

Раздел 2. Комбинаторика

Изучить понятия комбинаторики и решить задачи:

Задание 1. В группе 12 белых и 8 чёрных шаров. Сколькими способами можно выбрать 5 шаров, чтобы среди них было:

а) 5 чёрных;

б) 3 белых и 2 чёрных.

Задание 2. Сколькими способами можно распределить 15 выпускников по трём районам, если в одном 8, в другом 5, в третьем 2 вакантных места.

Задание 3. В вазе стоят 9 красных и 7 розовых гвоздик. Сколькими способами можно выбрать из неё:

а) 3 гвоздики;

б) 6 гвоздик одного цвета;

в) 4 красные и 3 розовые.

Задание 4. Владимир хочет пригласить в гости троих из 7 своих лучших друзей. Сколькими способами он может выбрать приглашённых?

Задание 5. Сколько различных «слов» можно получить, переставляя буквы в слове «солнце»?

Задание 6. В кружке юных математиков 25 членов. Необходимо избрать председателя, его заместителя, редактора газеты и секретаря. Сколькими способами можно образовать эту руководящую четвёрку, если одно лицо может занимать только один пост?

Задание 7. Группу из 20 студентов нужно разделить на 3 бригады, причём в первую бригаду должны входить 3 человека, во вторую – 5 и в третью – 12. Сколькими способами это можно сделать?

Задание 8. Имеется 5 видов конвертов без марок и 4 вида марок одной стоимости. Сколькими способами можно выбрать конверт с маркой для рассылки писем?

Задание 9. В магазине имеется 7 видов тортов. Сколькими способами можно составить набор, содержащий 3 торта? А если имеются 3 вида тортов, а нужен набор из 7 тортов?

Задание 10. Сколькими способами можно разместить в двух комнатах 9 различных предметов?

Образец решения:

Пример1.Расписание одного дня состоит из 5 уроков. Определить число вариантов расписания при выборе из 11 дисциплин.

Решение.

Каждый вариант расписания представляет набор 5 дисциплин из 11, отличающихся от других вариантов, как составом дисциплин, так и порядком их следования (или и тем и другим), т.е. является размещением из 11 элементов по 5. Число вариантов расписаний, т.е. число размещений находим по формуле:

$A_{11}^{5} = 11 * 10 * 9 * 8 * 7 = 55440$

Если комбинации из n элементов по m отличаются только составом элементов, то их называют сочетаниями из n элементов по m. Число сочетаний вычисляется по формуле $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$

Пример2.В шахматном турнире участвуют 16 человек. Сколько партий должно быть сыграно в турнире, если между двумя участниками должна быть сыграна одна партия?

Решение.

Каждая партия играется двумя участниками их 16 и отличается от других только составом пар участников, т.е. представляет собой сочетание из 16 элементов по 2. Их число находим по формуле $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} = C_{16}^{2} = \frac{16 * 15}{1 * 2} = 120$

Если комбинации из n элементов отличаются только порядком расположения этих элементов, то их называют перестановками из n элементов. Число перестановок из n элементов равно $P_n = n!$

Пример3.Порядок выступления 7 участников конкурса определяется жребием. Сколько различных вариантов жеребьёвки при этом возможно?

Решение.

Каждый вариант жеребьёвки отличается только порядком участников конкурса, т.е. является перестановкой их 7 элементов. Их число определим по формуле $P_7 = 7! = 5040$

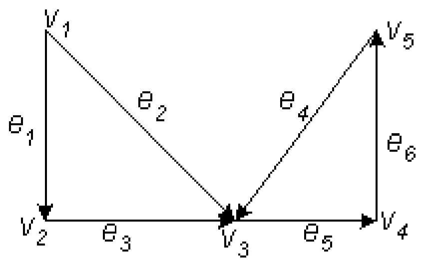
Задание 1.
Дана матрица A. Постройте соответствующий ей граф, имеющий матрицу A своей матрицей смежности. Опишите массив, содержащий вершины и ребра графы, перечислите смежные вершины и найдите степень каждой вершины. Найдите матрицу инцидентности.

1. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ 2. $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

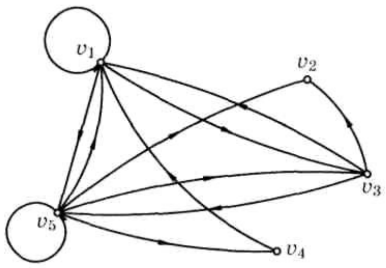
Задание 2.
Дана матрица A. Постройте соответствующий ей граф, имеющий матрицу A своей матрицей инцидентности. Опишите массив, содержащий вершины и ребра графы, перечислите смежные вершины и найдите степень каждой вершины. Найдите матрицу смежности.

1. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 2. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Задание 3.
Постройте матрицы смежности и инцидентности для орграфов D= (V,X), изображенных на рисунках.



1.



2.

Методические указания:
1. Матрица инцидентности может быть как квадратной, так и прямоугольной.
2. В строках указываются вершины, в столбцах – ребра.

Контрольные вопросы:
1. Дайте определение понятию матрица смежности?
2. Сформулируйте алгоритм составления матрицы смежности?
3. Дайте определение понятию матрица инцидентности?
4. Сформулируйте алгоритм составления матрицы инцидентности?

Раздел 4. Алгебра логики

Задание 1

Запишите на языке алгебры логики следующие высказывания:

1) Я поеду в Москву и если встречу там друзей, то мы интересно проведем время.

2) Если я поеду в Ульяновск и встречу там друзей, то мы интересно проведем время.

3) Неверно, что если погода пасмурная, то идет дождь тогда и только тогда, когда нет ветра.

Задание 2

Придумайте и запишите высказывания, которые могут быть описаны формулами:

1) $B \wedge C$ или (не A);

2) (не $A \rightarrow C$) и D.

Задание 3

Составите таблицу истинности для сложных логических выражений:

1) F = A v B & C

2) F= ¬ (A v B & C),

3) F = X & Y v ¬ (X v Y) v X

4) F = (A → B) → ((A → ¬ B) → ¬ A)

5) F = A & (B & (¬ A v ¬ B)

Задание 4

Составьте таблицы истинности.

ВАРИАНТ 1

1) $((\overline{P \to (\overline{Q \wedge P})}) \to (P \vee R)$

2) $(\overline{A} \vee B) \to (\overline{B} \vee A)$

3) $((A \to \overline{B}) \to C) \vee \overline{A}$

ВАРИАНТ 2

1) $C \to ((\overline{A \vee C}) \to A)$

2) $(A \wedge \overline{B}) \vee (\overline{A} \wedge B)$

3) $((R \wedge (Q \vee \overline{P})) \wedge ((\overline{Q} \to P) \vee R)$

Методические указания по выполнению задания:

Построение таблиц истинности для сложных выражений:

1. определить количество строк по формуле: Количество строк = 2^n + две строки для заголовка (n - количество простых высказываний)
2. определить количество столбцов по формуле: Количество столбцов = количество переменных + количество логических операций
3. перебрать все возможные сочетания логических значений 0 и 1 исходных выражений
4. определить порядок действий.

Порядок выполнения логических операций в сложном логическом выражении:

1. инверсия 2. конъюнкция 3. дизъюнкция 4. импликация 5. эквивалентность

Вопросы для самоконтроля:

1. Какое предложение называется логическим высказыванием?
2. Что называется отрицанием простого высказывания?
3. Что называется дизъюнкцией двух простых высказываний?
4. Что называется конъюнкцией двух простых высказываний?
5. Что называется импликацией двух простых высказываний?

Упростите формулы:

1) $(P \rightarrow (P \vee Q)$
2) $((P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P))$
3) $((P \rightarrow Q) \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)))$

Задание 2

Упростите выражения $\overline{A \wedge B} \vee \overline{B}$, $\overline{\overline{B} \wedge C \vee C}$, $\overline{\overline{A} \wedge C} \vee B \wedge \overline{C}$ так, чтобы в полученных формулах не содержалось сложных высказываний

Задание 3

Докажите эквивалентность формул.

1) $(A \to (C \to P)) \Leftrightarrow ((A \wedge C) \to P)$

2) $((A \wedge B) \vee ((A \vee B) \wedge (\overline{A} \vee \overline{B}))) \Leftrightarrow A \vee B \wedge \overline{A}$

Задание 4

Выполните задания согласно своему варианту.

ВАРИАНТ 1	**ВАРИАНТ 2**
Минимизируйте функции	
1) $\overline{A \vee P} \vee (A \to \overline{P})$ 2) $\overline{A} \wedge P \wedge C \vee A \wedge \overline{P} \wedge C \vee A \wedge P \wedge \overline{C} \vee A \wedge P \wedge C$	1) $B \wedge A \vee \overline{B} \wedge A \vee B \wedge C \vee \overline{A} \wedge B \wedge C$ 2) $(C \to \overline{B}) \wedge (B \to C)$
Докажите эквивалентность формул	
1) $((A \wedge B) \vee (\overline{A} \wedge B) \vee (\overline{A} \wedge \overline{B})) \Leftrightarrow A \to B$ 2) $((A \vee B) \wedge (B \vee C) \wedge (C \vee A)) \Leftrightarrow (A \wedge B \vee B \wedge C \vee C \wedge A)$	1) $(A \wedge A \vee C \wedge B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B \vee A \wedge C)$ 2) $((A \vee B) \wedge (B \vee C) \wedge (C \vee D)) \Leftrightarrow (A \wedge C \vee B \wedge C \vee B \wedge D)$

Задание 5*

Упростите:

1) $(A \to P) \wedge (P \to C)) \to (C \to A)$

2) $\overline{A \vee P} \vee (A \to \overline{P})$

3) $B \wedge A \vee \overline{B} \wedge A \vee B \wedge C \vee B \wedge C \wedge \overline{A}$

Контрольные вопросы:

1. Какие законы логики вы знаете?
2. Какие существуют правила преобразования логических выражений?

Задание 1

Является ли функция $F(A,B,C) = (A \leftrightarrow C) \to (C \vee \overline{A \vee B})$ тождественно-истинной?

Методические указания:

Постройте таблицу истинности для заданной функции и если высказывание истинно при всех значениях входящих в него переменных, то такое высказывание называется тождественно истинным.

Задание 2

Упростите формулы, используя законы логики. Проверьте правильность выполнения с помощью таблицы истинности.

ВАРИАНТ 1

1) (A v ¬A) & B
2) A & (A v B) & (C v ¬B)
3) A &¬B v B & C v ¬A & ¬B
4) A v ¬A & Bv¬A

ВАРИАНТ 2

1) ¬(¬X&(Y∨¬Y)&¬X)
2) ¬(A∨B)→B&C
3) ¬ (¬A∨B)&B→C
4) A&B&$\overline{C}$∨A&B&C∨A&B

Задание 3

Установите, эквивалентны ли высказывания.

ВАРИНТ 1 $X1 = \overline{A \wedge \overline{B} \vee C}$ $X2 = \overline{A \wedge \overline{B}} \wedge \overline{C}$ $X3 = \left(\overline{A} \vee B\right) \wedge \overline{C}$

ВАРИАНТ 2 $X1 = \overline{X \wedge Y}$ $X2 = \overline{X \vee Y}$ $X3 = \overline{X} \vee \overline{Y}$

Задание 4 *.

Определите с помощью таблиц истинности, какие из следующих формул являются тождественно истинными или тождественно ложными:

ВАРИАНТ 1.

1) $\overline{\overline{A} \wedge A} \vee B \wedge (A \wedge B \vee B)$

2) $((A \to \overline{B}) \to B) \wedge (\overline{A} \vee B)$

ВАРИАНТ 2.

1) $A \wedge (B \wedge (\overline{A} \vee \overline{B}))$

2) $(A \to B) \leftrightarrow (\overline{B} \to \overline{A})$

Контрольные вопросы:

1) Что называется логическим законом?
2) Сформулируйте закон непротиворечия.
3) Сформулируйте закон тождества.
4) Сформулируйте закон исключенного третьего.
5) Сформулируйте закон достаточного основания.