

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Димитровградский инженерно-технологический институт –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ДИТИ НИЯУ МИФИ)

«УТВЕРЖДАЮ»
Заместитель руководителя

_____ Т.И. Романовская
«__» _____ 20__ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.02.07 «Интегральные уравнения и элементы вариационного исчисления»

Направление подготовки _____ *03.03.02 Физика*

Квалификация выпускника _____ *бакалавр*

Профиль _____ *Медицинская физика*

Форма обучения _____ *очная*

Выпускающая кафедра _____ *Кафедра общей и медицинской физики*

Кафедра-разработчик рабочей программы _____ *Кафедра высшей математики*

Семестр	Трудоемкость час. (ЗЕТ)	Лекций, час.	Практич. занятий, час.	Лаборат. работ, час.	СРС, час.	Форма промежуточ- ного контроля (экз./зачет/кр)
4	180 (5)	34	34	0	76	Экзамен (36)
Итого	180 (5)	34	34	0	76	Экзамен (36)

Димитровград
2022 г.

1 ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цель преподавания дисциплины.

Теория интегральных уравнений и вариационное исчисление являются одними из фундаментальных математических дисциплин, понятия, методы исследования и результаты которых широко используются во многих современных математических дисциплинах и теоретической физике.

Целью преподавания дисциплины является обучение студентов основам теории интегральных уравнений и вариационного исчисления, практическим навыкам использования основных положений, методов, излагаемых в этом курсе для решения практических задач.

1.2. Задачи изучения дисциплины.

Ознакомление студентов с базовыми понятиями теории интегральных уравнений, классификацией интегральных уравнений, методами их решения. Ознакомление с основными положениями вариационного исчисления, с классом задач, решаемых методами вариационного исчисления.

2 ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения в соответствии с ОС НИЯУ МИФИ и ООП ВО по направлению подготовки:

Код и наименование УК	Код и наименование индикатора достижения УК
УКЕ-1 – Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах	З-УКЕ-1 – знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-УКЕ-1 – уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи В-УКЕ-1 – владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

- **знать** основные понятия, положения теории интегральных уравнений и вариационного исчисления.
- **уметь** классифицировать тип интегральных уравнений и определять соответствующий метод их решения.
- **уметь** применять методы вариационного исчисления к решению практических задач.
- **владеть (быть в состоянии продемонстрировать)** теорией и практическими навыками интегральных уравнений и вариационного исчисления.

3 МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1	Часть 1	1-8	16	16	к.р. - 8	38	70	3-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
2	Часть 2	9-17	18	18	к.р - 17	38	74	3-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
Итого за 3 Семестр			34	34		76	144	
Контрольные мероприятия за 3 Семестр					экзамен		36	3-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1

5.2 Содержание дисциплины

Таблица 5.3 - Лекционный курс

№ лекции	Темы лекционных занятий (34 часа)	Трудоемкость, акад. часов	
		всего	в том числе с использованием интерактивных образовательных технологий
Часть 1			
Основные виды интегральных уравнений. Решение уравнений Вольтерра и Фредгольма с помощью дифференцирования. Интегральные уравнения Фредгольма 2 рода с вырожденным ядром.			
1	Введение. Основные классы интегральных уравнений. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям.	2	0
2	Интегральное уравнение Вольтерра. Связь между линейными дифференциальными уравнениями и интегральными уравнениями Вольтерра.	2	0
3	Решение интегрального уравнения Вольтерра с помощью дифференцирования. Разрешимость интегральных уравнений Вольтерра 1 и 2 рода.	2	0
4	Интегральные уравнения Вольтерра 2 рода с вырожденным ядром.	2	0
5	Интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода. Решение уравнения Фредгольма 2 рода с помощью дифференцирования.	2	0
6	Характеристические числа и собственные функции интегральных уравнений однородного уравнения Фредгольма 2 рода.	2	0
7	Однородные уравнения Фредгольма 2 рода с вырожденным ядром.	2	
8	Неоднородные уравнения Фредгольма 2 рода с вырожденным ядром.	2	0
Часть 2.			
Решение интегральных уравнений через резольвенту и приближенными методами. Основные понятия теории вариационного исчисления. Элементарная задача вариационного исчисления			
9	Решение уравнения Фредгольма 2 рода через резольвенту	2	0

	ту. Условия существования и единственности решения.		
10	Решение уравнения Вольтерра 2 рода через резольвенту. Условия существования и единственности решения.	2	0
11	Решение уравнения Фредгольма 2 и Вольтерра 2 рода методом последовательных приближений.	2	0
12	Интегральное уравнение Фредгольма 1 рода. Случаи разрешимости и неразрешимости.	2	0
13	Определение функционала. Основная задача вариационного исчисления. Задачи, приводящие к вариационным проблемам.	2	0
14	Близость кривых. Непрерывность функционала в сильном и слабом смысле. Вариация функционала. Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума.	3	0
15	Элементарная задача вариационного исчисления Уравнение Эйлера. Экстремали функционала. Поле экстремалей.	3	0
16	Функция Вейерштрасса. Достаточные условия Вейерштрасса экстремума функционала. Достаточные условия Лежандра экстремума функционала.	2	
ИТОГО:		34	0

Таблица 5.4 - Практические занятия

№	Темы практических занятий (34 часа)	Трудоемкость, акад. часов	
		всего	в том числе с использованием интерактивных образовательных технологий
Часть 1.			
Решение уравнений Вольтерра и Фредгольма с помощью дифференцирования.			
Интегральное уравнение Фредгольма 1 рода.			
1	Сведение линейного дифференциального уравнения к интегральному уравнению Вольтерра.	2	0
2	Решение уравнения Вольтерра 2 рода путем сведения к дифференциальному уравнению (2 случая).	4	0
3	Решение уравнения Вольтерра 2 рода с вырожденным ядром.	2	0
4	Решение уравнения Вольтерра 1.		
5	Решение уравнения Фредгольма 2 рода с ядром общего вида путем сведения к дифференциальному уравнению.	2	0
6	Интегральное уравнение Фредгольма 1 рода. Случаи разрешимости и неразрешимости.	2	0
7	Контрольная работа №1	2	0
Часть 2.			
Интегральные уравнения Фредгольма 2 рода с вырожденным ядром.			
Основные понятия теории вариационного исчисления.			
Элементарная задача вариационного исчисления.			
8	Решение однородного и неоднородного уравнения Фредгольма 2 рода с вырожденным ядром.	2	0

9	Характеристические числа и собственные функции одно- родного уравнения Фредгольма 2 рода.	2	
10	Повторные ядра уравнения Фредгольма 2 рода. Резольвента уравнения Фредгольма 2 рода. Решение уравнения Фред- гольма 2 рода через резольвенту. Условия существования и единственности решения.	2	0
11	Повторные ядра уравнения Вольтерра 2 рода. Резольвента уравнения Вольтерра 2 рода. Решение уравнения Вольтерра 2 рода через резольвенту. Условия существования и единствен- ности решения.	2	0
12	Решение уравнения Фредгольма и Вольтерра 2 рода мето- дом последовательных приближений.	2	0
13	Расстояние между кривыми. Непрерывность функционала. Вариация функционала (два способа). Экстремум функцио- нала. Необходимое условие экстремума.	2	0
14	Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума. Элементарная задача вариационного исчисления Уравнение Эйлера. Экстремали функционала. Поле экстремалей.	2	0
15	Функция Вейерштрасса. Достаточные условия Вейерштрасса и Лежандра экстремума функционала.	2	
16	Контрольная работа №2	2	0
ИТОГО:		34	0

Таблица 5.6 - Самостоятельная работа студента

Раздел дисци- плины	№ п/п	Вид самостоятельной работы студента (СРС) и перечень дидак- тических единиц	Трудоемкость, часов
1	1	Основные классы интегральных уравнений: выполнение до- машних заданий, выполнение типовых расчетов	5
	2	Уравнение Абеля: выполнение домашних заданий	5
	3	Связь между линейными дифференциальными уравнениями и интегральными уравнениями Вольтерра: выполнение домаш- них заданий, выполнение типовых расчетов	5
	4	Решение интегрального уравнения Вольтерра с помощью диф- ференцирования: выполнение домашних заданий, выполнение типовых расчетов	5
	5	Решение уравнения Фредгольма 2 рода с помощью дифферен- цирования: выполнение домашних заданий, выполнение типо- вых расчетов	5
	6	Интегральное уравнение Фредгольма 1 рода: выполнение до- машних заданий, выполнение типовых расчетов	5
	7	Подготовка к контрольной работе	8
2	8	Решение уравнения Вольтерра 2 рода через резольвенту: вы- полнение домашних заданий, выполнение типовых расчетов	5
	9	Решение уравнения Фредгольма 2 и Вольтерра 2 рода методом последовательных приближений: выполнение домашних зада- ний, выполнение типовых расчетов	5
	10	Определение функционала: выполнение домашних заданий, выполнение типовых расчетов	5
	11	Вариация функционала. Экстремум функционала. Необходи- мое условие экстремума: выполнение домашних заданий, вы- полнение типовых расчетов	5

12	Уравнение Эйлера. Экстремали функционала.: выполнение домашних заданий, выполнение типовых расчетов	5
13	Достаточные условия экстремума функционала.: выполнение домашних заданий, выполнение типовых расчетов	5
14	Подготовка к контрольной работе	8
ВСЕГО ЧАСОВ:		76

6 ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации программы дисциплины используются различные образовательные технологии – во время аудиторных занятий они проводятся в форме лекций и практических (семинарских) занятий. Для контроля усвоения студентом разделов данного курса широко используются тестовые технологии.

Самостоятельная работа студентов подразумевает под собой проработку лекционного материала с использованием рекомендуемой литературы для подготовки к занятиям.

Предполагается использование современных образовательных технологий: компьютерная рассылка заданий, лекций и разбор опорных практических задач.

Для проведения занятий с использованием электронного образования и дистанционных образовательных технологий используются следующие образовательные технологии и средства освоения дисциплины:

- электронная информационно-образовательная среда НИЯУ МИФИ – Режим доступа <https://eis.mephi.ru/>;
- платформа для проведения on-line конференций и вебинаров ZOOM – Режим доступа <https://zoom.us/>;
- файлообменная система Google Диск – Режим доступа <https://drive.google.com/>;
- система обмена текстовыми сообщениями для мобильных и иных платформ с поддержкой голосовой и видеосвязи WhatsApp;
- социальная сеть ВКонтакте;
- электронная почта преподавателей и студентов.

7 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ВХОДНОГО И ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ (АННОТАЦИЯ)

Текущая и промежуточная аттестации студентов производится в дискретные временные интервалы лектором и преподавателем, ведущими практические занятия по дисциплине в следующих формах:

Текущая аттестация:

- выполнение письменных домашних заданий;
- выполнение типовых расчетов;
- устные опросы;
- тестирование;

Промежуточная аттестация:

- две контрольные работы в течение семестра.

Итоговый контроль по результатам семестров по дисциплине проходит в форме письменного экзамена (включает в себя ответ на теоретические вопросы и решение задач)

Список учебно-методических материалов для проведения текущей и промежуточной аттестации включает:

- типовые расчетные задания;
- контрольные работы;
- контрольные тесты;

Список учебно-методических материалов для проведения экзамена включает:

- контрольные вопросы;
- практические задания для экзаменационных билетов;

8 УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

8.1 Перечень основной и дополнительной учебной литературы

№ п/п	Автор	Название	Место издания	Наименование издательства	Год издания	Количество экземпляров
Основная литература						
1	М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г. И. Макаренко	Интегральные уравнения [Текст]	Москва	УРСС	2003	30
2	Васильева А.Б., Тихонов Н.А.	Интегральные уравнения [Электронный ресурс]: учебник http://www.knigafund.ru/books/106287	Москва	ФИЗМАТ-ЛИТ	2014	1
3	М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г. И. Макаренко	Вариационное исчисление [Текст]	Москва	УРСС	2002	30
4	Н.И. Еремеева	Линейные интегральные уравнения [Текст]	Дмитровград	ДИТИ НИЯУ МИФИ	2019	50
Дополнительная литература						
1	Сабитов К. Б.	Функциональные, дифференциальные и интегральные уравнения [Текст]: учебное пособие	Москва	Высшая школа	2005	2
2	Н.И. Еремеева.	Интегральные уравнения: учебное пособие для студентов технических специальностей [Текст]	Дмитровград	ДИТИ НИЯУ МИФИ	2014	13

8.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Таблица 8.2 – Рекомендуемые электронно-библиотечные системы

№	Наименование ресурса
1	http://www.library.mephi.ru/
2	https://e.lanbook.com/
3	ЭБС НИЯУ МИФИ
4	ЭБС «Лань»
5	ЭБС «Консультант студента»
6	ЭБС «ЮРАЙТ»

8.3 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образо-

вательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Таблица 8.3 – Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

№	Наименование	Краткое описание
1	Windows 10 Pro	Операционная система
2	Microsoft Office	Пакет офисных приложений
3	Браузеры: Internet Explorer 10, Internet Explorer 9, Internet Explorer 8, FireFox 10, Safari 5, Google Chrome 17	Специальные программы для просмотра веб-страниц, поиска контента, файлов и их каталогов в Интернете
4	Антиплагиат.ВУЗ	Интернет-сервис для вузов, предназначенный для оценки степени самостоятельности письменных работ обучающихся

9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Специальное материально-техническое обеспечение не требуется

10 ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Обучение инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется в соответствии с:

– Порядком организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (Приказ Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06.04.2021 N 245);

– Положением об организации обучения студентов-инвалидов и студентов с ограниченными возможностями здоровья в НИЯУ МИФИ, утвержденным 29.08.2017г.;

– Методическими рекомендациями по организации образовательного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащенности образовательного процесса (утверждены заместителем Министра образования и науки РФ А.А. Климовым от 08.04.2014 № АК-44/05вн).