МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Димитровградский инженерно-технологический институт –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ДИТИ НИЯУ МИФИ)

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

по организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов

по дисциплине ЕН. 01 МАТЕМАТИКА

специальности: 18.02.12 Технология аналитического контроля химических соединений

Составитель: Е.А. Кияева, преподаватель техникума ДИТИ НИЯУ МИФИ

Димитровград

Оглавление

Пояснительная записка

Самостоятельная работа студентов (СРС) – это активные формы индивидуальной и коллективной деятельности, направленные на закрепление, расширение и систематизацию пройденного материала по темам учебной дисциплины ЕН.01 Математика, формирование общих компетенций, умений и навыков быстро решать поставленные задачи. СРС предполагает не пассивное «поглощение» готовой продукции, а ее поиск и творческое усвоение. Самостоятельная работа призвана подготовить студента, к самостоятельной профессиональной деятельности в будущем.

Во всех образовательных программах есть специальная графа – «самостоятельная работа». По правилам разработки образовательных программ в эту главу включается довольно значительный объем трудоемкости и учебного времени до 50% и даже больше. Но используется это время весьма непродуктивно. Большинство учебных планов не содержат перечня специальных заданий для самостоятельной работы. Самостоятельная работа может быть разнообразной. Сегодня наиболее продуктивными ее видами являются: составление концептуальных таблиц, анализ проблемной ситуации, подготовка электронных презентаций, интеллектуально-логические упражнения и др.

Целью самостоятельной работы студентов является:

–обеспечение профессиональной подготовки специалиста СПО;

–формирование и развитие общих компетенций, определенных в ФГОС СПО;

–формирование и развитие профессиональных компетенций, соответствующих основным видам профессиональной деятельности ФГОС СПО.

–задачи, реализуемые в ходе проведения самостоятельной работы студентов, в образовательной среде ОУ:

–систематизация, закрепление, углубление и расширение полученных теоретических знаний и практических умений;

–овладение практическими способами работы с нормативной и справочной литературой;

–развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;

–формирование профессионального мышления: способности к профессиональному саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

–овладение практическими навыками применения информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности;

–развитие исследовательских умений.

В период выполнения самостоятельной работы студенты должны расширить свои знания. Самостоятельная работа выполняется согласно рограммы дисциплины ЕН.01 Математика, путем выдачи студентам заданий в виде подготовки рефератов, обзорных сообщений, докладов, составления схем, концептуальных таблиц, подготовки электронных презентаций по предложенным темам, и др. Процесс самостоятельной внеаудиторной работы студентов контролируется.

Контроль результатов самостоятельной работы студентов – это соотношение достигнутых студентами результатов в ходе самостоятельной работы с запланированными целями обучения. Его основная цель состоит в выявлении достижений, успехов студентов, в определении путей их совершенствования, углубления знаний, умений, с тем, чтобы создавались условия для последующего включения студентов в активную самостоятельную творческую деятельность. В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся, студентов могут быть использованы семинарские занятия, зачеты, тестирование, самоотчеты, защита творческих работ и др.

Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы студента являются:

–уровень освоения студентом учебного материала;

–умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;

–сформированность общих компетенций;

–обоснованность и четкость изложения ответа;

–оформление материала в соответствии с требованиями.

Самостоятельная работа по изучению учебной дисциплины ЕН.01 Математика способствует формированию у студентов, следующих общих (ОК) компетенций и профессиональных компетенций (ПК):

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК 02. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.

ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие.

ОК 04. Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами.

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.

ОК 06. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей.

ОК 07. Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях.

ОК 09. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 10. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языке.

ОК 11. Планировать предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере.

ПК 1.1. Оценивать соответствие методики задачам анализа по диапазону измеряемых значений и точности.

ПК 1.2. Выбирать оптимальные методы анализа.

ПК 2.2. Проводить качественный и количественный анализ неорганических и органических веществ химическими и физико-химическими методами.

ПК 2.3. Проводить метрологическую обработку результатов анализов.

Программа самостоятельной работы студентов

по учебной дисциплине ЕН. 01 МАТЕМАТИКА

Наименование разделов и тем дисциплины/модуля	**Объем часов**	**Коды формируемых компетенций**	**Виды СРС**	**Формы/методы контроля СРС**	**Сроки выполнения**
1	2	3	4	5	6
Раздел 1. Основные понятия и методы математического анализа **Темы:** 1.1. Предел функции. 1.2. Непрерывность функции	**2**	ОК 1,2,3,4,9, 10,11 ПК 1.1, 1.2, 2.2, 2.3	– Индивидуальная домашняя работа; – работа с источниками информации (конспектом занятий, учебной и метод. литературой, материалами на электронных носителях, ресурсами Интернет); – подготовка к практическим работам с использованием метод рекомендаций преподавателя.	Проверка работ Зачет по разделу тестирование	сентябрь
Раздел 2. Дифференциальное исчисление **Темы:** 2.1. Производая функции. 2.2. Исследование функций. 2.3. Исследование функций по общей схеме.	**2**	ОК 1,2,3,4,9, 10,11 ПК 1.1, 1.2, 2.2, 2.3	– Индивидуальная домашняя работа; – работа с источниками информации (конспектом занятий, учебной и метод, литературой, материалами на электронных носителях, ресурсами Интернет); – подготовка к практическим работам с использованием методических рекомендаций преподавателя.	Проверка работ Зачет по разделу тестирование	Сентябрь, октябрь
Раздел 3. Интегральное исчисление **Темы:** 3.1. Неопределенный интеграл. 3.2. Определенный интеграл.	**2**	ОК 1,2,3,4,9, 10,11 ПК 1.1, 1.2, 2.2, 2.3	– Индивидуальная домашняя работа; – работа с источниками информации (конспектом занятий, учебной и метод литературой, материалами на электронных носителях, ресурсами Интернет); – подготовка к практическим работам с использованием методических рекомендаций преподавателя. –	Проверка работ Зачет по разделу тестирование	Октябрь
Раздел 4. Линейная алгебра	**2**		– Индивидуальная домашняя работа;	Проверка	

Темы: 4.1 Определители. 4.2. Решение систем линейных уравнений.		ОК 1,2,3,4,9, 10,11 ПК 1.1, 1.2, 2.2, 2.3	– работа с источниками информации (конспектом занятий, учебной и метод. литературой, материалами на электронных носителях, ресурсами Интернет); – подготовка к практическим работам с использованием метод рекомендаций преподавателя.	работ Зачет по разделу тестирование	Октябрь
Раздел 6. Комплексные числа **Тема:** 5.1. Действия над комплексными числами.	**2**	ОК 1,2,3,4,9, 10,11 ПК 1.1, 1.2, 2.2, 2.3	– Индивидуальная домашняя работа; – работа с источниками информации (конспектом занятий, учебной и метод. литературой, материалами на электронных носителях, ресурсами Интернет); – подготовка к практическим работам с использованием методических рекомендаций преподавателя.	Проверка работ Зачет по разделу тестирование	Ноябрь
Раздел 7. Теория вероятностей и математическая статистика Тема: 6.1. Теория вероятностей 6.2. Математическая статистика	**2**	ОК 1,2,3,4,9, 10,11 ПК 1.1, 1.2, 2.2, 2.3	– Индивидуальная домашняя работа; – работа с источниками информации (конспектом занятий, учебной и метод. литературой, материалами на электронных носителях, ресурсами Интернет); – подготовка к практическим работам с использованием методических рекомендаций преподавателя.	Проверка работ Зачет по разделу тестирование	Декабрь

Задания для самостоятельной работы

Раздел 1. Основные понятия и методы математического анализа.

Тема 1.1. Пределы. Замечательные пределы. Непрерывность функции

Формируемые компетенции: **ОК 1,2,3,4,9, 10,11 ПК 1.1, 1.2, 2.2, 2.3**

Задание 1. Простейшие пределы

Пример 1. $\lim\limits_{x\to 2}(5x^3 - 6x^2 + x - 5) = 5\cdot 2^3 - 6\cdot 2^2 + 2 - 5 = 5\cdot 8 - 6\cdot 4 - 3 = 40 - 24 - 3 = 16 - 3 = 13$

Пример 2. $\lim\limits_{x\to -1}\frac{1+x}{3-x^2} = \left[\frac{1+(-1)}{3-(-1)^2} = \frac{1-1}{3-1} = \frac{0}{2}\right] = 0$

Упражнения:

	А	Б	В
1	$\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-x+1}{x-3}$	$\lim\limits_{x\to 1}[(7x+2)(4x+3)(5x+1)]$	$\lim\limits_{x\to 2}(x-1)(x^2+3)(x+7)$
2	$\lim\limits_{x\to 1}(x^2 - 4x + 5)$	$\lim\limits_{x\to 2}(5x^3 - 6x^2 + x - 5)$	$\lim\limits_{x\to 1}(x^2-1)(3x+2)(8x-4)$
3	$\lim\limits_{x\to -2}\frac{2x^2+1}{x+1}$	$\lim\limits_{x\to 4}(1-x+2x^2-3x^3)$	$\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2+x+3}{2x-1}$

Задание 2. Определенности вида $\frac{c}{0}$ *и* $\frac{c}{\infty}$

Пример 1. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{4}{x^2+2x} = \left[\frac{4}{0^2+2\cdot 0} = \frac{4}{0}\right] = \infty$

Пример 2. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4}{x^2+8x} = \left[\frac{4}{\infty}\right] = 0$

Упражнения:

	А	Б
1	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{4}{3x^2+2x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4}{x^2+x}$
2	$\lim\limits_{x\to 2}\frac{5}{4x-8}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(5+\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)$
3	$\lim\limits_{x\to 2}\frac{80}{4x-8}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{x^2+3x}$

Задание 3. Неопределенности вида $\frac{0}{0}$ *и* $\frac{\infty}{\infty}$

Пример 1.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+4x}{x^3-2} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{x^2(1+\frac{4}{x})}{x^3(1-\frac{2}{x^3})} = \lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{4}{x}}{x(1-\frac{2}{x^3})} = \left[\frac{1+\frac{4}{\infty}}{\infty(1-\frac{2}{\infty^3})} = \frac{1+0}{\infty(1-0)} = \frac{1}{\infty} = 0\right] = 0$$

2 способ:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+4x}{x^3-2} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{(x^2+4x)'}{(x^3-2)'} = \lim_{x\to\infty}\frac{2x+4}{3x^2} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{(2x+4)'}{(3x^2)'} = \lim_{x\to\infty}\frac{2}{6x} = \left[\frac{2}{\infty}\right] = 0$$

Пример 2.

1способ:

$$\lim_{x\to3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x^2-4x+3}=\left[\frac{\sqrt{3+1}-2}{3^2-4\cdot3+3}=\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to3}\frac{(\sqrt{x+1}-2)(\sqrt{x+1}+2)}{(x^2-4x+3)(\sqrt{x+1}+2)}=\lim_{x\to3}\frac{(\sqrt{x+1})^2-2^2}{(x-3)(x-1)(\sqrt{x+1}+2)}=$$

$$\lim_{x\to3}\frac{x+1-4}{(x-3)(x-1)(\sqrt{x+1}+2)}=\lim_{x\to3}\frac{x-3}{(x-3)(x-1)(\sqrt{x+1}+2)}=\lim_{x\to3}\frac{1}{(x-1)(\sqrt{x+1}+2)}=$$

$$\left[\frac{1}{(3-1)(\sqrt{3+1}+2)}=\frac{1}{8}\right]=\frac{1}{8}$$

2 2 2 2способ:

$$\lim_{x\to3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x^2-4x+3}=\left[\frac{\sqrt{3+1}-2}{3^2-4\cdot3+3}=\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to3}\frac{(\sqrt{x+1}-2)'}{(x^2-4x+3)'}=\lim_{x\to3}\frac{\frac{(x-1)'}{2\sqrt{x+1}}}{2x-4}=\lim_{x\to3}\frac{1}{2\sqrt{x+1}(2x-4)}=$$

$$\left[\frac{1}{2\sqrt{3+1}(2\cdot3-4)}=\frac{1}{8}\right]=\frac{1}{8}$$

Пример 3.

1 способ: (по Лопиталю) $\lim\limits_{x\to4}\frac{x^2-7x+12}{x^2-5x+4}=$

$$\left[\frac{4^2-7\cdot4+12}{4^2-5\cdot4+4}=\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to4}\frac{(x^2-7x+12)'}{(x^2-5x+4)'}=\lim_{x\to4}\frac{2x-7}{2x-5}=\left[\frac{2\cdot4-7}{2\cdot4-5}=\frac{1}{3}\right]=\frac{1}{3}$$

2 способ: (путем преобразований)

$$\lim_{x\to4}\frac{x^2-7x+12}{x^2-5x+4}=\left[\frac{4^2-7\cdot4+12}{4^2-5\cdot4+4}=\frac{0}{0}\right]=$$

Упражнения:

	А	Б	С
1	$\lim\limits_{x\to0}\frac{3x^2-2x}{2x^2-5x}$	$\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\sqrt{x+1}}{x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^4-2x^2+3}{3x^3-5}$
2	$\lim\limits_{x\to3}\frac{x^2-5x+6}{3x-9}$	$\lim\limits_{x\to0}\frac{x}{\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x}}$	$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{4x^3-2x+8}{3x^2+1}$
3	$\lim\limits_{x\to2}\frac{x^2+x-6}{x-2}$	$\lim\limits_{x\to2}\frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2}$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x^2-4x+8}{x^3+2x^2-1}$

Задание 4. Замечательные пределы.

Первый замечательный предел: $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin x}{x}=1$ **и** $\lim\limits_{x\to0}\frac{x}{\sin x}=1$

Пример 1. 1 способ: $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 5x}{3x}=\left[\frac{\sin 5\cdot0}{3\cdot0}=\frac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 5x\cdot5}{3x\cdot5}=\frac{5}{3}\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 5x}{5x}=\frac{5}{3}\cdot1=\frac{5}{3}$

2 способ: $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 5x}{3x}=\left[\frac{\sin 5\cdot0}{3\cdot0}=\frac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to0}\frac{(\sin 5x)'}{(3x)'}=\lim\limits_{x\to0}\frac{5\cos 5x}{3}=\left[\frac{5\cos(5\cdot0)}{3}=\frac{5\cdot1}{3}=\frac{5}{3}\right]=\frac{5}{3}$

Второй замечательный предел: $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n=e$ **и** $\lim\limits_{x\to0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$

Образец: **Пример 2.** $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{3}{x})^x=\left[\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{\frac{x}{3}})^{\frac{x}{3}}\right]^3=e^3$

Пример 3. $\lim\limits_{x\to 0}(1-4x)^{\frac{1}{x}}=\left[\lim\limits_{x\to 0}(1+(-4x))^{\frac{1}{-4x}}\right]^{-4}=e^{-4}=\frac{1}{e^{4}}$

Упражнения:

	А	Б	В
1	$\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^{5x}$	$\lim\limits_{x\to 0}(1+2x)^{\frac{5}{x}}$	$\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{1+x}{x})^{\frac{x}{2}}$
2	$\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{2}{3x})^{x}$	$\lim\limits_{x\to 0}(1+4x)^{\frac{3}{5x}}$	$\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{x}{x+1})^{x}$
3	$\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{7}{3x})^{\frac{6x}{7}}$	$\lim\limits_{x\to 0}(1+\frac{2}{3}x)^{\frac{3}{x}}$	$\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{2x}{2x+1})^{x}$

Тема 1.2. Непрерывность функции.
<u>Формируемые компетенции:</u> **ОК 1,2,3,4,9, 10,11 ПК 1.1, 1.2, 2.2, 2.3**

Исследование непрерывности функции в заданных точках «x_1» и «x_2»

Функция $f(x)$ считается непрерывной в точке $x=x_0$, если пределы слева и справа существуют и равны значению $f(x_0)$.

<u>Пример</u> Дана функция $f(x)=16^{\frac{1}{4-x}}$, исследовать на непрерывность в точках $x_1=4; x_2=0$, сделать схематический чертеж.

Решение:

Находим левосторонние и правосторонние пределы при $x_1=4$:

$\lim\limits_{x\to 4-0}16^{\frac{1}{4-x}}=\infty$ (левосторонний предел при $x<4$, т.е. знаменатель показателя степени $4-x>0$ и стремится к нулю, в этом случае)

$\lim\limits_{x\to 4-0}\frac{1}{4-x}=\infty$, следовательно, и $\lim\limits_{x\to 4-0}16^{\frac{1}{4-x}}=\infty$.

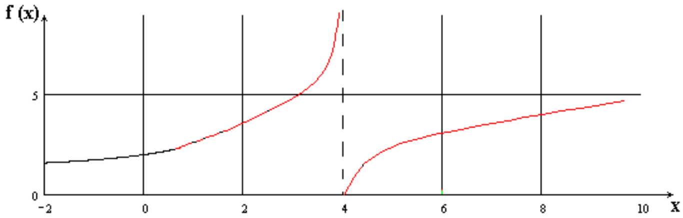
Правосторонний предел:

$\lim\limits_{x\to 4+0}16^{\frac{1}{4-x}}=0$ (правосторонний предел при $x>4$ и $x-4<0$, т.е. показатель степени отрицательный, и выражение под знаком предела можно переписать в виде $\lim\limits_{x\to 4+0}\frac{1}{16^{\frac{1}{4-x}}}$, где знаменатель стремится к бесконечности). Таким образом, функция $\lim\limits_{x\to 4+0}16^{\frac{1}{4-x}}=0$ имеет разрыв в точке $x=4$.

Рассмотрим эту функцию в окрестности $x_2=0$. В этом случае левосторонний и правосторонний пределы равны:

$$\lim\limits_{x\to 0+0}16^{\frac{1}{4-x}}=\lim\limits_{x\to 0-0}16^{\frac{1}{4-x}}=16^{\frac{1}{4}}=\sqrt[4]{16}=2,$$

следовательно, в точке $x_2=0$, функция непрерывна. Схематический чертеж (рисунок):



Упражнения:

Задание 1 . Задана функция $y = f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2. Требуется установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений аргумента, и сделать схематический чертеж.

1. $f(x)=9^{1/(2-x)}$, $x_1 = 0$, $x_2 = 2$.
2. $f(x)=4^{1/(3-x)}$, $x_1 = 1$, $x_2 = 3$.
3. $f(x)=12^{1/x}$, $x_1 = 0$, $x_2 = 2$.

Задание 2. Задана функция y = f(x). Найти точки разрыва функции, если они существуют. Сделать чертеж.

1. $$f(x)=\begin{cases} x+4, & x<-1; \\ x^2+2, & -1\le x<1; \\ 2x, & x\ge 1. \end{cases}$$

2. $$f(x)=\begin{cases} -x, & x\le 0; \\ \sin x, & 0<x\le \pi; \\ x-2, & x>\pi. \end{cases}$$

Раздел 2. Дифференциальное исчисление.

Тема 2.1. Производная функции

Формируемые компетенции: **ОК 1,2,3,4,9, 10,11 ПК 1.1, 1.2, 2.2, 2.3**

Пример 1 $y = arctg\sqrt{x}$

$$y' = (arctg\sqrt{x})' = \frac{1}{1+(\sqrt{x})^2}\cdot(\sqrt{x})' = \frac{1}{1+x}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}(1+x)}$$

Пример 2 Найти производную функции $y=\sqrt[3]{x^2+tgx+15}$

$$y' = (\sqrt[3]{x^2+tgx+15})' = \left((x^2+tgx+15)^{\frac{1}{3}}\right)'$$

$$y' = (\sqrt[3]{x^2+tgx+15})' = \left((x^2+tgx+15)^{\frac{1}{3}}\right)' =$$

$$=\frac{1}{3}\cdot(x^2+tgx+15)^{-\frac{2}{3}}\cdot(x^2+tgx+15)'$$

Степень снова представляем в виде радикала (корня), а для производной внутренней функции применяем простое правило дифференцирования суммы:

$$y' = (\sqrt[3]{x^2+tgx+15})' = \left((x^2+tgx+15)^{\frac{1}{3}}\right)' =$$

$$=\frac{1}{3}\cdot(x^2+tgx+15)^{-\frac{2}{3}}\cdot(x^2+tgx+15)' =$$

$$=\frac{1}{3\cdot\sqrt[3]{(x^2+tgx+15)^2}}\cdot((x^2)'+(tgx)'+(15)') =$$

$$=\frac{1}{3\cdot\sqrt[3]{(x^2+tgx+15)^2}}\cdot\left(2x+\frac{1}{\cos^2 x}\right)$$

Пример 3 Найти производную функции $y=-\frac{1}{\cos x}$, т.е. $y' = \left(-\frac{1}{\cos x}\right)'$

$$y' = \left(-\frac{1}{\cos x}\right)' = -\left(\frac{1}{\cos x}\right)' = -(cos^{-1}x)' =$$

$$= -(-1)\cdot cos^{-2}x\cdot(\cos x)'$$

$$y' = \left(-\frac{1}{\cos x}\right)' = -\left(\frac{1}{\cos x}\right)' = -(cos^{-1}x)' =$$

$$= -(-1)\cdot cos^{-2}x\cdot(\cos x)' = \frac{1}{\cos^2 x}\cdot(-\sin x) = -\frac{\sin x}{\cos^2 x}$$

Пример 4 Найти производную функции $y(x) = 3^{\cos x}$.

Поскольку $\left(a^x\right)' = a^x \cdot \ln a$, то по правилу производной сложной функции получаем

$$y'(x) = \left(3^{\cos x}\right)' = 3^{\cos x}\cdot\ln 3\cdot(\cos x)' = -3^{\cos x}\ln 3\sin x.$$

Пример 5 Найти производную функции $g(x) = \mathrm{tg}\sqrt{1-x}$.

$$g'(x) = \left(\mathrm{tg}\sqrt{1-x}\right)' = \frac{1}{\cos^2\sqrt{1-x}}\cdot\left(\sqrt{1-x}\right)' = \frac{1}{\cos^2\sqrt{1-x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{1-x}}\cdot(1-x)' =$$

$$= \frac{1}{\cos^2\sqrt{1-x}}\cdot\frac{(-1)}{2\sqrt{1-x}} = -\frac{1}{2\sqrt{1-x}\cos^2\sqrt{1-x}}.$$

Пример 6

$$f'(x) = \left[\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\right]' = \frac{1}{\frac{x+1}{x-1}}\cdot\left(\frac{x+1}{x-1}\right)' = \frac{x-1}{x+1}\cdot\frac{(x+1)'(x-1)-(x+1)(x-1)'}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{x-1}{x+1}\cdot\frac{1\cdot(x-1)-(x+1)\cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{x-1}{x+1}\cdot\frac{x-1-x-1}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x+1)(x-1)}.$$

Пример 7 Продифференцировать функцию $y(x) = x\sin\frac{1}{x}$.

$$y'(x) = \left(x\sin\frac{1}{x}\right)' = (x)'\sin\frac{1}{x} + x\left(\sin\frac{1}{x}\right)'.$$

Далее находим:

$$y'(x) = 1\cdot\sin\frac{1}{x} + x\cdot\cos\frac{1}{x}\cdot\left(\frac{1}{x}\right)' = \sin\frac{1}{x} + x\cos\frac{1}{x}\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)$$

$$= \sin\frac{1}{x} - \frac{x}{x^2}\cos\frac{1}{x} = \sin\frac{1}{x} - \frac{1}{x}\cos\frac{1}{x}.$$

Упражнения:

1.Производная по общему методу.	**2. Производные следующих функций.**	**3. Производные степени и корня.**
$f(x) = x$ $f(x) = 2x-1$ $f(x) = 2x^2$ $f(x) = -3x^3+3$ $f(x) = -\frac{1}{2}x^2+2$ $f(x) = 2x^2-2x$	$y=1$ $y=x$ $y=2x$ $y=x^2$ $y=3x^3+3$ $y=4x^4+\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+4$ $y=(2x^3-3)(3x^2-2)$ $y=\frac{5x^2}{(x+1)}$	$y=3x^{\frac{1}{3}}+2x^{\frac{1}{2}}+2$ $y=7x^{\frac{6}{7}}+6x^{\frac{5}{6}}+5x^{\frac{4}{5}}+3x^{\frac{2}{3}}+2x+5$ $y=x^2\sqrt[3]{x}$ $y=\sqrt{x}\sqrt[3]{x}$ $y=\frac{6\sqrt{x}\sqrt[3]{x}}{4}$

4. Производная дроби.	5. Производные сложной функции.	6. Производные элементарных фуекций.	7. Производные тригонометрических функций.
$y=\frac{x+5}{x-1}$ $y=\frac{3x-7}{2x+9}$ $y=\frac{(x-3)^2}{2x+1}$ $y=\frac{x^3+3x^2}{3x-1}$ $y=\frac{3x^2-2x-4}{2x-1}$ $y=\frac{2x+1}{x(x+1)}$	$y=5(3x^2-5x+9)^{10}$ $y=2\sqrt{1+2x^3-x^5}$ $y=\sqrt{(2-x)(3-2x)}$ $y=\sqrt{x^3-1}$ $y=\sqrt{\frac{2}{2x^2+1}}$	$y=e^{-x}$ $y=\sqrt{e^x}$ $y=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$ $y=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ $y=16^{\sqrt{x^3+6x+14}}$ $y=e^{(3x+5)^2}$ $y=a^{3x}$ $y=a^x e^x$ $y=\lg(2x)$ $y=\ln 3x$ $y=\log_3(4x-2)$ $y=\ln(x^3)$ $y=(\ln x)^3$	$y=7\cos x-5\sin x-9$ $y=5\cos 2x$ $y=\sin x\cos x$ $y=\frac{\sin x}{\cos x}$ $y=2tgx-ctgx$ $y=2x-\sin 3x$ $y=\sin x(1+\cos x)$ $y=\frac{3-\cos x}{3+\cos x}$ $y=\frac{3-2tgx}{tgx}$

Тема 2.2. Исследование функций

Формируемые компетенции: **ОК 1 – ОК 6, ОК 9, В16**

Задание: Исследовать на экстремум функцию:

1. а) $y=xlnx$ б) $y=x^2(x-6)$
2. а) $y=x^2e^x$ б) $y=x^3-3x^2+3x$
3. а) $y=(x^2-x)e^x$ б) $y=\frac{x^2}{2}+\frac{8}{x^2}$
4. а) $y=\frac{x^2}{e^x}$ б) $y=3-2x^2-x^4$
5. а) $y=\frac{\sqrt{x}}{e^x}$ б) $y=\frac{4x}{x^2+4}$

Пример Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y(x)$ на интервале $[1:4]$:

$y(x)=x^3-3x^2+1$.

Решение:

находим критические точки:

$y'=3x^2-6x=0,$

$x(x-2)=0,$

$x_1=0; x_2=2;$

в интервал [1;4] попадает только x_2. Находим значение функции в точке $x_2=2$

и на границах интервала: $y(2)=-3$; $y(1)=-1$; $y(4)=17$,

т.е. наибольшее значение функции $y(4)=17$, наименьшее – $y(2)=-3$.

Упражнения:

Задание: Найти наибольшее и наименьшее значение функции f(x) на отрезке [a;b]:

1. f(x) = x^3-12x+7; [0; 3].

2. f(x) = x^5-(5/3)x^3+2; [0; 2].

3. f(x) = ($\sqrt{3}$/2)x+cos x; [0; π/2].

4. f(x) = 3x^4-16x^3+2; [-3; 1].

Исследование функций по общей схеме (1 час)

Общая схема исследования функции

1. Найти область определения функции Д(х).
2. Найти точки пересечения графика функции с осями координат Ох и Оу.
3. Исследовать функцию на периодичность.
4. Исследовать функцию на четность и нечетность.
5. Исследовать функцию на наличие асимптот.
6. Исследовать функцию на возрастание и убывание.
7. Исследовать функцию на экстремум.
8. Исследовать функцию на выпуклость и точки перегиба

Упражнения:

1. Исследовать функцию с помощью производной и построить её график

f(x) = $\frac{x^2+1}{x}$;

f(x) = $x^3 + 3x^2 - 9x + 4$.

2. Исследовать функцию с помощью производной и построить её график

f(x) = $x^4 - 2x^5 + 5$;

f(x) = $e^x + 1$.

Раздел 3. Интегральное исчисление

Тема 3.1.Неопределенный интеграл

Формируемые компетенции: ОК 1 – ОК 6, ОК 9, В16

Основные формулы интегрирования

$\int dx = x + C$	
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ (n ≠ -1)	
$\int x^{-1} dx = \int \frac{dx}{x} = \ln\lvert x\rvert + C$	3 а). $\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left\lvert\frac{x-a}{x+a}\right\rvert + C$
	3 б). $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln\left\lvert x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right\rvert + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	4 а). $\int a^{kx} dx = \frac{1}{k}\frac{a^{kx}}{\ln a} + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	5 а). $\int e^{kx} dx = \frac{1}{k}e^{kx} + C$
$\int cos x dx = \sin x + C$	6 а). $\int \cos kx dx = \frac{1}{k}\sin kx + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	7 а). $\int \sin kx dx = -\frac{1}{k}\cos kx + C$
8. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C$	8 а). $\int \frac{dx}{\cos^2 kx} = \frac{1}{k}tgkx + C$
9. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C$	9 а). $\int \frac{dx}{\sin^2 kx} = -\frac{1}{k}ctgkx + C$
10. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$	10 а). $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin\frac{x}{a} + C$
11. $\int \frac{dx}{1+x^2} = arctgx + C$	10 б). $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - b^2x^2}} = \frac{1}{b}\arcsin\frac{b}{a}x + C$

	11 а). $\int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a} arctg \frac{x}{a} + C$ 11 б). $\int \frac{dx}{a^2+b^2x^2} = \frac{1}{ab} arctg \frac{b}{a} x + C$

Упражнения:

Задание №1. Найти неопреленные интегралы методом непосредственного интегрирования

$\int\left(6x^2-4x+1-\frac{3}{x}\right)dx$	$\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x^3}}$	$\int\left(x^7+\sqrt[3]{x}-\frac{5}{\sqrt{x}}\right)dx$
$\int\left(2x^3-\frac{1}{2\sqrt{3x}}\right)dx$	$\int x^{11}dx$	$\int\left(\frac{x}{5}+\frac{4}{1+x^2}-\frac{3}{\cos^2 x}\right)dx$
$\int\left(\frac{7}{1+x^2}-\frac{4}{\sqrt{1-x^2}}+e^x\right)dx$	$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x+2}}$	$\int\left(\frac{4}{x}+x^5-\frac{3}{\cos^2 x}\right)dx$
$\int\left(e^x-4^x\right)dx$	$\int \sqrt[5]{x^4}dx$	$\int\left(x^5+\sqrt[3]{x}-\frac{5}{\sqrt{x^3}}+1\right)dx$
$\int\left(3^x-\frac{2}{1+x^2}\right)dx$	$\int \frac{3dx}{\sqrt[4]{3x+5}}$	$\int\left(\frac{5}{\sin^2 x}-\frac{8}{\cos^2 x}\right)dx$
$\int\left(2e^x+x\right)dx$	$\int \frac{dx}{\sqrt{2x+1}}$	$\int(2\cos x-5x^4)dx$
$\int\left(5x^2-3x\right)dx$	$\int(a+3b)x^4dx$	$\int\left(\frac{3}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x^2}\right)dx$
$\int\left(x^3-\sqrt[3]{x^2}+e^x\right)dx$	$\int \frac{4}{5\sqrt{1-x^2}}dx$	$\int\left(1-2x+3x^2\right)dx$
$\int\left(\frac{2a}{\sin^2 x}-\frac{3b}{\cos^2 x}\right)dx$	$\int(2a+3b)x^2dx$	

Задание № 2. Найти неопределенные интегралы методом подстановки

$\int \frac{x^2dx}{\sqrt{1-x^3}}$	$\int \frac{x+0{,}5}{\sqrt{x^2+x+7}}dx$	$\int (x^2+1)e^{x^3+3x+2}dx$
$\int \frac{xdx}{x^2+1}$	$\int e^{x^2+2x-1}\left(x^2+\frac{2}{3}\right)dx$	$\int e^x\sqrt{1+e^x}dx$
$\int \frac{xdx}{x^2-1}$	$\int e^{1+\sin x}\cos x dx$	$\int \frac{4x^2dx}{1+x^3}$
$\int \frac{x^2dx}{\sqrt{x^3+4}}$	$\int \frac{3xdx}{\sqrt{x^2-1}}$	$\int \frac{5x^3dx}{14x^4+5}$
$\int \frac{xdx}{2^{x^2}}$	$\int \frac{\ln x dx}{x}$	$\int(tg2x+ctg2x)dx$
$\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x}dx$	$\int \frac{\cos x dx}{\sin x}$	$\int \frac{x^2dx}{2x^3+1}$
	$\int \frac{xdx}{9+4x^2}$	$\int 3^{x^3}x^2dx$

Тема 3.2. Определенный интеграл
Формируемые компетенции: **ОК 1,2,3,4,9, 10,11 ПК 1.1, 1.2, 2.2, 2.3**

1 ВАРИАНТ	2 ВАРИАНТ	3 ВАРИАНТ
1. $\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2}{3}\cos t dt$; 2. $\int\limits_{0}^{0,5} \frac{2dx}{\sqrt{1-x^2}}$; 3. $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sin 3x dx$; 4. $\int\limits_{1}^{2} (2x+3)dx$; 5. $\int\limits_{8}^{27} \frac{dx}{3\sqrt[3]{x}}$.	1. $\int\limits_{\frac{\pi}{0}}^{\frac{\pi}{2}} \left(1-\frac{1}{\sin^2 x}\right)dx$; 2. $\int\limits_{1}^{2} \frac{2x^3+1}{x^2}dx$; 3. $\int\limits_{0}^{1} \frac{dx}{1+x^2}$; 4. $\int\limits_{0}^{1} \frac{4dx}{\sqrt{1-x^2}}$; 5. $\int\limits_{1}^{2} (2x+3x^2)dx$.	1. $\int\limits_{1}^{2} e^{3x}dx$; 2. $\int\limits_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{3dx}{\sqrt{1-x^2}}$; 3. $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx$; 4. $\int\limits_{1}^{4} 5\sqrt{x^3}dx$; 5. $\int\limits_{0}^{1} (3x^2-4x+1)dx$.
4 ВАРИАНТ	**5 ВАРИАНТ**	**6 ВАРИАНТ**
1. $\int\limits_{1}^{2} \frac{2x^3+1}{x^2}dx$; 2. $\int\limits_{1}^{2} e^{5x}dx$; 3. $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} 5\cos x dx$; 4. $\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{5dx}{\sqrt{1-x^2}}$; 5. $\int\limits_{0}^{1} (5x^2-3x)dx$.	1. $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{4dx}{\sin^2 x}$; 2. $\int\limits_{0}^{1} 3^x dx$; 3. $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} \sin 4x dx$; 4. $\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{2dx}{\sqrt{1-x^2}}$; 5. $\int\limits_{0}^{1} (3x^2-4x+1)dx$.	1. $\int\limits_{1}^{4} e^{3x}dx$; 2. $\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{7dx}{\sqrt{1-x^2}}$; 3. $\int\limits_{1}^{3} \frac{5dx}{x}$; 4. $\int\limits_{0}^{1} (4x^3-2x-1)dx$; 5. $\int\limits_{0}^{\pi} \cos\frac{x}{2}dx$

Раздел 4. Линейная алгебра.

Тема 4.1. Определители. Решение систем линейных уравнений
Формируемые компетенции: **ОК 1,2,3,4,9, 10,11 ПК 1.1, 1.2, 2.2, 2.3**

Пример Вычислить определитель четвертого порядка $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

По теореме определитель равен сумме произведений элементов какой-либо строки на их алгебраические дополнения. Найдем алгебраические дополнения элементов первой строки и разложим определитель по первой строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13} + a_{14}A_{14} =$$

$$= (-1)^{1+1} 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{1+3}(-1) \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} +$$

$$+ (-1)^{1+5} \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - 1 \cdot (-2) - 1 \cdot 0 - 2 \cdot 2 = -2$$

Упражнения:

Вычислите определители:

Вариант	Задание
1	1) а) D = $\begin{vmatrix} -7,2 & 3 \\ 8,1 & 4 \end{vmatrix}$; б) D = $\begin{vmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 8 & -2 & -1 \\ 4 & 0 & 2 \end{vmatrix}$; в) D = $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$
2	1) а) D = $\begin{vmatrix} -4 & 3.9 \\ 7 & 6.2 \end{vmatrix}$; б) D = $\begin{vmatrix} -4 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix}$; в) D = $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & -3 \\ 2 & 0 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & 0 \\ 4 & -2 & 2 & -1 \end{vmatrix}$

<u>Тема 4.2. Системы линейных уравнений</u>

<u>Формируемые компетенции:</u> **ОК 1,2,3,4,9, 10,11 ПК 1.1, 1.2, 2.2, 2.3**

<u>Пример 1:</u> Решить по формулам Крамера систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 = 2 \\ 2x_1 - 3x_3 = 3 \end{cases}$$

Вычислим:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -3 \end{vmatrix} = 4 \qquad Dx_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & -3 \end{vmatrix} = 6$$

$$Dx_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -3 \end{vmatrix} = 4 \qquad Dx_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

Тогда: $x_1 = \frac{6}{4} = \frac{2}{3} \qquad x_2 = \frac{4}{4} = 1 \qquad x_3 = \frac{0}{4} = 0$

Ответ: x_1=2/3, x_2=1, x_3=0.

Упражнения:

Решите системы линейных уравнений различными способами

Вариант	*Задание*
1	а) $\begin{cases} x+2y-z=2 \\ 2x-3y+2z=2 \\ 3x+y+z=8 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x-3y-3z=-10 \\ x+3y-3z=13 \\ x+y-z=7 \end{cases}$
2	а) $\begin{cases} -x+3y+2z=4 \\ 2x-y+3z=6 \\ -2x+2y-z=8 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x-y+z=-4 \\ x+2y-3z=9 \\ 2x-2y+2z=7 \end{cases}$

<u>Раздел 5. Комплексные числа</u>
<u>Тема 5.1. Действия над комплесными числами</u>
<u>Тема 5.2. Действия над комплексными числами</u>
<u>Формируемые компетенции:</u> **ОК 1,2,3,4,9, 10,11 ПК 1.1, 1.2, 2.2, 2.3**

№ 1 Решите уравнение:

1) $(-1+2i)+z=5-\frac{1}{2}i.$

Решение:

$(-1+2i)+z=5-\frac{1}{2}i,$

$z=5-\frac{1}{2}i-(-1+2i),$

$z=5-\frac{1}{2}i+1-2i,$ $z=6-2\frac{1}{2}i.$

Ответ: $6-2\frac{1}{2}i$.

2) $(\sqrt{2}+i)-z=4+i\sqrt{2}.$

Решение:

$(\sqrt{2}+i)-(4+i\sqrt{2})=z,$

$\sqrt{2}+i-4-i\sqrt{2}=z,$

$(\sqrt{2}-4)+(1-\sqrt{2})i=z.$

Ответ: $(\sqrt{2}-4)+(1-\sqrt{2})i.$

№ 2 Найдите частное двух комплексных чисел

1) $\frac{1+2i}{3-2i}.$

Решение:

$$\frac{1+2i}{3-2i}=\frac{(1+2i)(3+2i)}{(3-2i)(3+2i)}=\frac{3+2i+6i+4i^2}{9-4i^2}=\frac{-1+8i}{13}=-\frac{1}{13}+\frac{8}{13}i$$

Ответ: $-\frac{1}{13}+\frac{8}{13}i$.

2) $\frac{-7+2i}{5-4i}$.

Решение:

[illegible]

Ответ: $\frac{43}{41}-\frac{18}{41}i$.

№ 3 Вычислите

$\frac{(3-i)(1+3i)}{2-i}$.

Решение:

[illegible]

[illegible]

Ответ: $\frac{4}{5}+\frac{22}{5}i$.

№ 4 Вычислите

1) $(3+2i)^2$.

Решение:

[illegible]

Ответ: $5+12i$.

2) $(2-i)^3$.

Решение:

[illegible]

Ответ: $2-11i$.

№ 5 Вычислите

$\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3$.

Решение:

[illegible]

[illegible]

Ответ: i.

Упражнения:

Вариант 1	Ответы	Вариант 2	Ответы
1. Назовите действительную и мнимую части комплексного числа			
а) $6+5i$ б) $\sqrt{2}+\sqrt{3}i$	а) д. ч.: 6, м. ч.: 5 б) д. ч.: $\sqrt{2}$, м. ч.: $\sqrt{3}$	а) $-\frac{1}{3}+\sqrt{2}i$ б) $2-4i$	а) д. ч.: $-\frac{1}{3}$, м. ч.: $\sqrt{2}$ б) д. ч.: 2, м. ч.: 4
2. Найдите сумму комплексных чисел			
а) $(2+4i)+(1+3i)$ б) $(1-3i)+(2-5i)$	а) $3+7i$ б) $3-8i$	а) $(-3+\sqrt{2}i)+(2-\sqrt{2}i)$ б) $(4+2i)+(5-i)$	а) $-1+0i$ б) $9+i$
3. Найдите произведение комплексных чисел			

а) $(2+3i)(1+2i)$ б) $(-3-2i)(5-i)$	а) $-4+7i$ б) $-17-7i$	а) $(5-4i)(2-5i)$ б) $(-2+3i)(6+2i)$	а) $-10-33i$ б) $-18+14i$
4. Назовите комплексное число, противоположное данному числу			
а) $5+3i$ б) $8-4i$	а) $-5-3i$ б) $-8+4i$	а) $-2+3i$ б) $4-i$	а) $2-3i$ б) $-4+i$
5. Назовите комплексное число, сопряженное с данным числом			
а) $\frac{1}{2}-\frac{1}{5}i$ б) $-5+2i$	а) $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}i$ б) $-5-2i$	а) $\frac{1}{5}+\frac{1}{2}i$ б) $-3+7i$	а) $\frac{1}{5}-\frac{1}{2}i$ б) $-3-7i$
6. Найдите модуль комплексного числа			
а) $5i$ б) $6+5i$ в) $3-i$	а) $\sqrt{25}=5$ б) $\sqrt{36+25}=\sqrt{61}$ в) $\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$	а) $-2i$ б) $7-2i$ в) $4+i$	а) $\sqrt{4}=2$ б) $\sqrt{49+4}=\sqrt{53}$ в) $\sqrt{16+1}=\sqrt{17}$

7. Найдите разность комплексных чисел			
а) $(1+3i)-(-3+i)$ б) $(4+3i)-(4-3i)$	а) $4+2i$ б) $6i$	а) $(4+i)-(-5+i)$ б) $(7+2i)-(3-4i)$	а) $9+0i$ б) $4+6i$
8. Назовите корни квадратного уравнения			
а) $z^2=-9$ б) $z^2+0{,}04=0$	а) $z=\pm 3i$ б) $z=\pm 0{,}2i$	а) $z^2=-\sqrt{2}$ б) $16z^2=-49$	а) $z=\pm\sqrt[4]{2}i$ б) $z=\pm\frac{7}{4}i$
9. Укажите, какие из данных комплексных чисел равны			
$\frac{4}{6}+\sqrt{4}i$, $\frac{2}{3}+2i$, $\frac{1}{3}+i$	$\frac{4}{6}+\sqrt{4}i=\frac{2}{3}+2i$, т. к. $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$, $\sqrt{4}=2$	$\sqrt{9}-4i$, $\sqrt[3]{27}-\sqrt{16}i$, $\sqrt{3}-2i$	$\sqrt{9}-4i=\sqrt[3]{27}-\sqrt{16}i$, т. к. $\sqrt{9}=\sqrt[3]{27}=3$, $4=\sqrt{16}$

Тема 5.2. Тригонометрическая форма комплексного числа

Упражнения:

Вариант 1	**Вариант 2**
1. Прочитайте утверждение, если вы с ним согласны то в ответе поставьте «да», если же вы не согласны с данным утверждением, поставьте « нет ». А) Число $\sqrt{2}$ является комплексным. Б) У сопряженных комплексных чисел модули равны. 2. Даны числа: $z_1=6+3i$ $z_2=4-5i$ Найдите: a) z_1+z_2 b) z_1-z_2 c) $z_1\cdot z_2$ d) $\frac{z_1}{z_2}$ e) $z_1^2-2z_2$ 3.Представьте комплексное число в тригонометрической форме $z=1-i\sqrt{3}$ 4.Сопоставьте условие на комплексное число z и соответствующее ему множество точек	1. Прочитайте утверждение, если вы с ним согласны то в ответе поставьте «да», если же вы не согласны с данным утверждением, поставьте « нет ». А) Число a, такое что $a^2 = -2$ является действительным. Б) При умножении комплексных чисел модули и аргументы перемножаются. 2. Даны числа: $z_1=4+8i$ $z_2=2-i$ Найдите: a) z_1+z_2 b) z_1-z_2 c) $z_1\cdot z_2$ d) $\frac{z_1}{z_2}$ e) $z_1^2-2z_2$ 3.Представьте комплексное число в тригонометрической форме $z=1-\sqrt{2}$ 4.Сопоставьте условие на комплексное число z и соответствующее ему множество точек координатной

координатной плоскости. $|z+i|\le 3$

1	Круг с центром (1; 0) и радиусом 3
2	Часть плоскости вне круга с центром (0; 0) и радиусом 3
3	Прямая x = 0
4	Круг с центром (0; 0) и радиусом 3
5	Круг с центром (0; 1) и радиусом 3
6	Окружность с центром (0; 0) и радиусом 3

5. Для чисел $z_1 = 2+3i$, $z_2 = 1-2i$ найдите действительные числа a и b, для которых верно равенство $\frac{z_1}{z_2} = az_1 + bz_2$.

плоскости $|z| < 3$

1	Круг с центром (1; 0) и радиусом 3
2	Часть плоскости вне круга с центром (0; 0) и радиусом 3
3	Прямая x = 0
4	Круг с центром (0; 0) и радиусом 3
5	Круг с центром (0; 1) и радиусом 3
6	Окружность с центром (0; 0) и радиусом 3

5. Для чисел $z_1 = 2+5i$, $z_2 = 1-7i$ найдите действительные числа a и b, для которых верно равенство $\frac{z_1}{z_2} = az_1 + bz_2$.

<u>Раздел 6. Математическая статистика.</u>

<u>Тема 6.1. Элементы математической статистики.</u>

<u>Формируемые компетенции:</u> **ОК 1,2,3,4,9, 10,11 ПК 1.1, 1.2, 2.2, 2.3**

Упражнения:

1. Проведено пять измерений (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 8, 10, 11, 13, 16. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна …

А) 12,0 **Б) 11,4** **С) 11,6** **Д) 11,0**

2. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

X	1	2	4	6
p	0,2	0,1	0,4	0,3

Тогда вероятность $P(1 < X \le 4)$ равна …

А) 0,1 **Б) 0,5** **С) 0,7** **Д) 0,8**

3. Дисперсия дискретной случайной величины X, заданной законом распределения вероятностей:

X	1	x_2
p	0,4	0,6

равна 0,06. Тогда значение $x_2 > 1$ равно …

А) 3 **Б) 1,5** **С) 0,5** **Д) 6**

4. Вероятность появления события A в каждом из 10 независимых испытаний равна $0,35$. Тогда вероятность того, что в этих испытаниях событие A наступит 6 раз можно вычислить как …

А) $0,35^6 \cdot 0,65^4$ **Б)** $C_{10}^6 \cdot 0,35^4 \cdot 0,65^6$ **С)** $C_6^4 \cdot 0,35^6 \cdot 0,65^4$ **Д)** $C_{10}^6 \cdot 0,35^6 \cdot 0,65^4$

Упражнения:

<table>
<tr><th>Вариант 1</th><th>Вариант 2</th></tr>
<tr>
<td>1. Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема n=100:
X 340 360 375 380
n 20 50 18 12
2. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 10$:
<table>
<tr><td>x_i</td><td>10,1</td><td>10,4</td><td>10,7</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>2</td><td>4</td><td>4</td></tr>
</table>
Тогда выборочное среднее квадратическое отклонение равно …
А) $\sqrt{0,0504}$ Б) 0,0504
С) 10,46 Д) $\sqrt{10,46}$
3. Перечислите основные свойства точечных оценок:
А) несмещенность и эффективность
Б) эффективность и состоятельность
С) несмещенность, эффективность и состоятельность
Д) несмещенность и состоятельность</td>
<td>1. Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема n = 100 :
X 2502 2804 2903 3028
n 8 30 60 2
2. Дан доверительный интервал (25,44; 26,98) для оценки математического ожидания нормально распределенного количественного признака. Тогда при увеличении надежности (доверительной вероятности) оценки доверительный интервал может принять вид …
А) (24,04; 28,38) Б) (25,74; 26,68)
С) (24,04; 26,98) Д) (24,14; 28,38)

3. В теории статистического оценивания оценки бывают:
А) только интервальные
Б) только точечные
С) точечные и интервальные
Д) нет правильного ответа</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th>Вариант 3</th><th>Вариант 4</th></tr>
<tr>
<td>1. Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема n = 50:
X 0,1 0,5 0,6 0,8
n 5 15 20 10
2. Точечная оценка вероятности биномиально распределенного количественного признака равна 0,38. Тогда его интервальная оценка может иметь вид …
А) (0,25; 0,51) Б) (–0,05; 0,81)
С) (0,38; 0,51) Д) (0,29; 0,49)
3. Что является оценкой генеральной дисперсии?
А) средняя арифметическая
Б) выборочная дисперсия
С) частость (относительная частота)
Д) генеральная средняя</td>
<td>1. Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема n= 50:
X 18,4 18,9 19,3 19,6
n 5 10 20 15
2. Дан доверительный интервал (20,2; 25,4) для оценки математического ожидания нормально распределенного количественного признака при известном среднем квадратическом отклонении генеральной совокупности. Тогда при увеличении объема выборки в четыре раза этот доверительный интервал примет вид …
А) (21,5; 24,1) Б) (17,6; 28,0)
С) (21,45; 24,15) Д) (12,0; 33,6)
3. Что является несмещённой оценкой генеральной дисперсии?
А) средняя арифметическая
Б) выборочная дисперсия
С) частость (относительная частота)
Д) исправленная выборочная дисперсия</td>
</tr>
</table>

Литература:

Электронный ресурс:

1.Высшая математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / М. Б. Хрипунова [и др.] ; под общей редакцией М. Б. Хрипуновой, И. И. Цыганок. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 472 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-01497-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/491581

2.Кашапова, Ф. Р. Высшая математика. Общая алгебра в задачах : учебное пособие для среднего профессионального образования / Ф. Р. Кашапова, И. А. Кашапов, Т. Н. Фоменко. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 128 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-11363-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/493140

3.Шипачев, В. С. Начала высшей математики : учебное пособие / В. С. Шипачев. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 384 с. — ISBN 978-5-8114-1476-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/211175

4.Фоменко, Т. Н. Высшая математика. Общая алгебра. Элементы тензорной алгебры : учебник и практикум для среднего профессионального образования / Т. Н. Фоменко. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 121 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08098-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/493139

5.Ельчанинова, Г. Г. Элементы высшей математики. Типовые задания с примерами решений : учебное пособие / Г. Г. Ельчанинова, Р. А. Мельников. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 92 с. — ISBN 978-5-8114-4670-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/139329